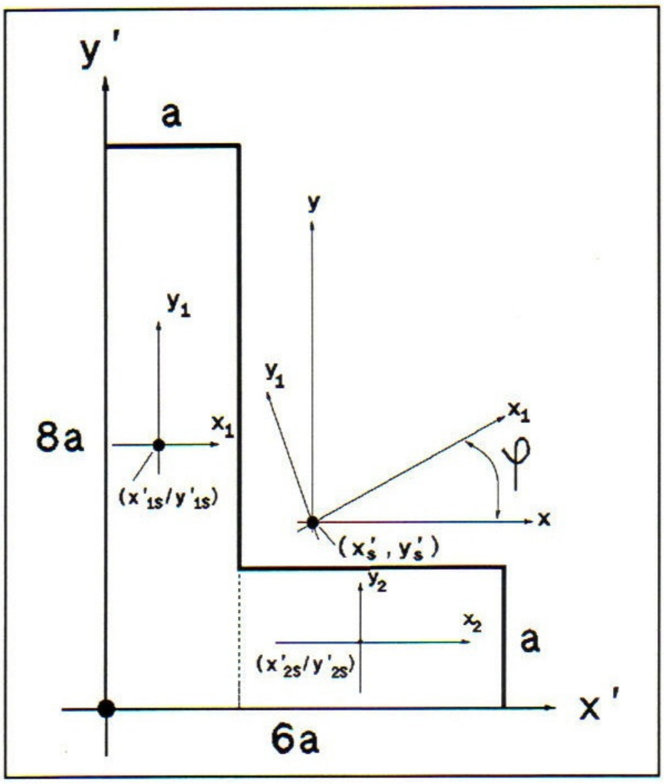
FH Frankfurt am Main
University of Applied Sciences
Fachbereich 2 - Informatik und Ingenieurwissenschaften
TM2 SS 2007
Dr.-Ing. Wilfried Dankmeier

Frankfurt am Main, 29.04.2007

Zu Aufgabe 21



Ziel:
Bestimmung der Hauptträgheitsmomente des Gesamtquerschnitts und der Lage der Hauptzentralachsen

Bild 1

Weg:
1.) Festlegung eines Bezugssystems x'/y' (willkürlich, aber möglichst zweckmäßig).
2.) Bestimmung des Flächenschwerpunktes (x'_s, y'_s) für den Gesamtquerschnitt.
3.) Festlegung des Koordinatensystems durch den Schwerpunkt (x'_s, y'_s), auf das die Flächenträgheitsmomente der Teilflächen zu A_1, A_2 umgerechnet werden können. Diese Teilflächen-Trägheitsmomente beziehen sich dabei auf die Schwerpunktskoordinatensysteme x_1/y_1 bzw. x_2/y_2 der Teilflächen.
4.) Berechnung der auf das x/y Koordinatensystem bezogenen Flächenträgheitsmomente über den Steinerschen Satz.
5.) Bestimmung der Hauptträgheitsmomente und des Orientierungswinkels φ.

zu 1.) siehe Bild 1

$$A_1=8a^2; A_2=5a^2$$
$$x'_{1s}=0,5a;\; y'_{2s}=4a$$
$$x'_{2s}=3,5a;\; y'_{2s}=0,5a$$

zu 2.)

$$x'_s = \frac{1}{A_1+A_2}(x'_{1s}*A_1+x'_{2s}*A_2) = \frac{1}{13}*21,5 = \frac{43}{26}a$$

$$y'_s = \frac{1}{A_1+A_2}(y'_{1s}*A_1+y'_{2s}*A_2) = \frac{1}{13}*34,5 = \frac{69}{26}a$$

FH Frankfurt am Main
University of Applied Sciences
Fachbereich 2 - Informatik und Ingenieurwissenschaften
TM2 SS 2007
Dr.-Ing. Wilfried Dankmeier

Frankfurt am Main, 29.04.2007

zu 3.) siehe Bild 1

zu 4.) Flächenträgheitsmomente

$$I_{x_1x_1} = \frac{a*(8a)^3}{12} = \frac{128}{3}*a^4$$

$$I_{y_1y_1} = \frac{a^3*8a}{12} = \frac{2}{3}*a^4$$

$$I_{x_2x_2} = \frac{5a*a^3}{12} = \frac{5}{12}*a^4$$

$$I_{y_2y_2} = \frac{(5a)^3*a}{12} = \frac{125}{12}*a^4$$

Steinersche Sätze, bezogen auf das x/y-Koordinatensystem

$$I_{xx} = I_{x_1x_1} + (y'_{1s}-y'_s)^2 *A_1 + I_{x_2x_2} + (y'_{2s}-y'_s)^2 *A_2$$

$$I_{yy} = I_{y_1y_1} + (x'_{1s}-x'_s) *A_1 + I_{y_2y_2} + (x'_{2s}-x'_s) *A_2$$

$$I_{xy} = I_{x_1y_1} - (x'_{1s}-x'_s)\,(y'_{1s}-y'_s) *A_1 \\ + I_{x_1y_1} - (x'_{2s}-x'_s)\,(y'_{2s}-y'_s) *A_2$$

Steinerscher Satz: Vorzeichenregelung für Transformation vom x_{alt}/y_{alt}-Koordinatensystem in ein x_{neu}/y_{neu}-Koordinatensystem.

Transformationsgleichung:

$$\left.\begin{aligned}\bar{x} &= x+a \\ \bar{y} &= y+b\end{aligned}\right\} \quad oder \quad \left\{\begin{aligned}x_{neu} &= x_{alt}+a = x_{alt}+(x_{alt0}-x_{neu0}) \\ y_{neu} &= y_{alt}+b = y_{alt}+(y_{alt0}-y_{neu0})\end{aligned}\right.$$ gemäß Bild 2

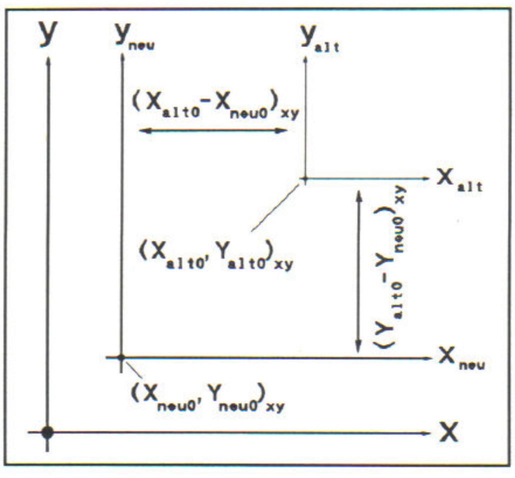


Bild 2

$$I_{x_{neu}x_{neu}} = I_{x_{neu}x_{neu}} + (y_{alt0}-y_{neu0})^2 *A$$

$$I_{y_{neu}y_{neu}} = I_{y_{neu}y_{neu}} + (x_{alt0}-y_{neu0})^2 *A$$

$$I_{x_{neu}y_{neu}} = I_{x_{neu}y_{neu}} \\ - (x_{alt0}-x_{neu0}) *(y_{alt0}-y_{neu0}) *A$$

3

$$I_{xx}=\frac{128}{3}+(4-\frac{69}{26})^2*8+\frac{5}{12}+(\frac{1}{2}-\frac{69}{26})^2*5$$

$$= 57,16 + 23,61 = \mathbf{80,78\ cm^4}$$

$$I_{yy}=\frac{2}{3}+(\frac{1}{2}-\frac{69}{26})^2*8+\frac{125}{12}+(\frac{7}{2}-\frac{43}{26})^2*5$$

$$= 11,32 + 27,46 = \mathbf{38,78\ cm^4}$$

$$I_{xy}=-(\frac{1}{2}-\frac{43}{26})(4-\frac{69}{26})*8-(\frac{7}{2}-\frac{43}{26})(\frac{1}{2}-\frac{69}{26})*5$$

$$= 12,43 + 19,88 = \mathbf{32,31\ cm^4}$$

zu 5.)

$$I_1 = \frac{I_{xx}+I_{yy}}{2}+\sqrt{\frac{(I_{xx}-I_{yy})^2}{4}+I_{xy}^2}, \quad I_2 = \frac{I_{xx}+I_{yy}}{2}+\sqrt{\frac{(I_{xx}-I_{yy})^2}{4}+I_{xy}^2}$$

I_1 = **98,31 cm^4** $\qquad$ I_2 = **21,25 cm^4**

$$\varphi = \arctan\frac{Ixy}{I_1-I_{yy}} = \mathbf{28,49°}$$

oder

$$\varphi = \frac{1}{2}\arctan 2\frac{Ixy}{I_{xx}-I_{yy}} = \mathbf{28,49°}$$